

# Brüche – Zahlen mit Komma

Lösungen · Schweizer Zahlenbuch 6

## Hinweise

1

Die Ergebnisse von Divisionen mit natürlichen Zahlen können unterschiedlich gruppiert werden:

- Die Division geht auf.
- Das Ergebnis ist eine ganze Zahl, z. B. 5 oder 1.
- Die Division geht auf, aber erst nach dem Komma, d. h., das Ergebnis ist eine Kommazahl, z. B. 2,5 oder 1,25 oder 0,625 usw.
- Die Division geht nach dem Komma nicht auf, d. h., das Ergebnis ist eine periodische Kommazahl, z. B.  $1,\bar{6}$  oder  $8,\bar{3}$  oder  $0,\overline{714285}$  usw. Bei solchen Kommazahlen ist die Darstellung als Bruch einfacher und übersichtlicher, z. B.  $0,\bar{3} = \frac{1}{3}$  oder  $0,\bar{5} = \frac{5}{9}$  oder  $0,\overline{714285} = \frac{5}{7}$  usw.

2

Schülerinnen und Schüler oder Gruppen können ihre Ergebnisse auf einem Plakat übersichtlich darstellen und der ganzen Klasse präsentieren. Gemeinsam wird verglichen und Auffälligkeiten werden festgehalten.

## Lösungen

1

A  $5 \quad \frac{5}{2} \quad \frac{5}{3} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{5}{5} = 1 \quad \frac{5}{6} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{5}{9} \quad \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

B  $5 \quad 2,5 \quad 1,666\dots \quad 1,25 \quad 1 \quad 0,833\dots \quad 0,71428571\dots \quad 0,625 \quad 0,555\dots \quad 0,5$

- C Die Divisionen gehen nicht immer auf. Manchmal nimmt das Dividieren kein Ende, doch es entstehen regelmässige Muster.

2

A Das Ergebnis der Division...

...ist eine ganze Zahl.	...ist ein Dezimalbruch, der nach dem Komma einmal aufhört.	...ist ein Dezimalbruch, der nach dem Komma nie aufhört.
$10 : 1 = 10$	$10 : 4 = 2,5$	$10 : 3 = 3,3333\dots = 3,\bar{3}$
$10 : 2 = 5$	$10 : 8 = 1,25$	$10 : 6 = 1,6666\dots = 1,\bar{6}$
$10 : 5 = 2$		$10 : 7 = 1,428571428571\dots = 1,\overline{428571}$
$10 : 10 = 1$		$10 : 9 = 1,111\dots = 1,\bar{1}$

B Individuelle Lösungen

C  $10 : 2 = \frac{10}{2} = 5$

$10 : 7 = \frac{10}{7}$

$10 : 3 = \frac{10}{3}$

$10 : 8 = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

$10 : 4 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

$10 : 9 = \frac{10}{9}$

$10 : 5 = \frac{10}{5} = 2$

$10 : 10 = \frac{10}{10} = 1$

$10 : 6 = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

D Es gibt nicht abbrechende Kommazahlen,

- in denen sich nach dem Komma nur eine Ziffer wiederholt,
- in denen sich nach dem Komma mehrere Ziffern wiederholen,
- in denen nach dem Komma zuerst Ziffern auftauchen, die sich nicht wiederholen. Anschliessend kommen noch eine oder mehrere Ziffern, die sich wiederholen (Beispiel:  $\frac{751}{990} = 0,758585858\dots$ ).

3

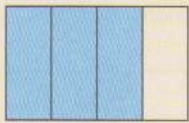
Im Anschluss an die Bearbeitung werden die verschiedenen Darstellungsformen der Ergebnisse einander gegenübergestellt. Die Schülerinnen und Schüler wägen ab, welche Vor- und Nachteile die jeweilige Darstellung hat.

4

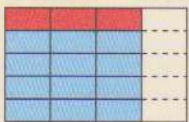
Hier wird die Division am Kreismodell (oder Rechteckmodell) veranschaulicht. Es ist empfehlenswert, die Kreisscheiben (oder Rechtecke) aus dünnem Papier auszuschneiden. So können leichter mehrere aufeinandergelegt und mit einem Schnitt geteilt werden.

5

Die Aufgabe  $\frac{3}{4} : 5$  kann z. B. mit dem Rechteckmodell dargestellt werden:



In einem Rechteck  $\frac{3}{4}$  markieren.



Den Anteil « $\frac{3}{4}$ » in 5 gleiche Teile unterteilen.  
1 solcher Teil ist  $\frac{3}{20}$  vom ganzen Rechteck.

$$\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{20}$$

Mit Bezug zur LU 30 « $\frac{1}{3}$  von  $\frac{1}{4}$ » lässt sich die Division als  $\frac{1}{5}$  von  $\frac{3}{4}$  interpretieren.

6

Diese Aufgabe soll Diskussionen auslösen und zum mathematischen Argumentieren anregen.

3

Mögliche Lösung:

$$3 : 2 = 1,5$$

$$3 : 3 = 1$$

$$3 : 4 = 0,75$$

$$3 : 5 = 0,6$$

$$3 : 6 = 0,5$$

$$3 : 7 = \frac{3}{7} \text{ (Kommazahl bricht nicht ab, 6 Ziffern wiederholen sich)}$$

$$3 : 8 = 0,375 \text{ oder } \frac{3}{8}$$

$$3 : 9 = \frac{1}{3} \text{ (Kommazahl bricht nicht ab, eine Ziffer wiederholt sich ständig)}$$

4

$$\text{A } 2 : 3 = \frac{2}{3} \quad 4 : 5 = \frac{4}{5} \quad 6 : 8 = \frac{6}{8} \text{ oder } \frac{3}{4} \quad 8 : 10 = \frac{8}{10} \text{ oder } \frac{4}{5}$$

$$\text{B } 8 : 3 = \frac{8}{3} \quad 6 : 4 = \frac{6}{4} \text{ oder } \frac{3}{2} \quad 4 : 5 = \frac{4}{5} \quad 2 : 6 = \frac{2}{6} \text{ oder } \frac{1}{3}$$

5

$$\frac{1}{3} : 4 = \frac{1}{12}$$

$$\frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{4} : 5 = \frac{1}{20}$$

$$\frac{2}{4} : 5 = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{20}$$

6

7 Hunderter beispielsweise bedeutet, dass 7 mit 100 multipliziert wird, und 7 Zehner bedeutet, dass 7 mit 10 multipliziert wird.

$$7 \cdot 100 > 7 \cdot 10$$